速度

TOP『時間と空間の物理学』へ戻る

古典力学は大きくは、主として力の作用を研究する分野と、運動を研究する分野という二つの領域に分けることが出来ると思います。力＝ニュートン力学と一般相対性理論が、そして運動＝ガリレオ運動学と特殊相対性理論が、それぞれ対応するという見方は、もちろん荒っぽいですが、全体的な構成を俯瞰するには良いかも知れません。

特殊相対性理論は、言ってみれば古典運動学の批判と修正です。運動に付随する問題を検討するわけですから、運動の計量的な表示形式である“速度”がキーポイントとなるのは当然です。

1　限界速度（光速）の存在

古典運動学におけるもっとも重大な誤りは、“速さ”を等差的なものと考え扱ったことにあります。しかもこの誤りは、アインシュタインも見逃し、その後現在に到って未だに修正されないばかりか、殆ど認識さえされていません。

数学の最初の仮定は 100 − 99 で得られる 1 も、9 − 8 で得られる 1 も厳密に等しいというもので、これを“数は等差的である”といいます。数が等差的でなかったら、数理は成り立ちません。空間も時間も質量も、単独要素の総てが計量という数学的扱いの部分では、例外なく等差的なものとして扱われます。従って、それらの計測に用いる物差しの目盛りも、当然均等に刻まれています。

ところが、*‘そのような前提’で計測された空間長、時間長を用いて定義される“速度”は、実は物理学的には等差的でないのです。

*空間は等差的（均一）に延長しており、時間は昨日も今日も、先ほども今も

これからも、変化することなく決まった早さで時を刻む、という前提。

卑近な例をあげるなら、例えば“温度”のようだと思えば良いでしょう。

マイナス 100 ℃とマイナス 99 ℃の間にある 1 ℃差とマイナス 9 ℃とマイナス 8 ℃の間の 1 ℃差は数的には同じ記述ですが、その 1 ℃差が持つ物理的意義は全く違っています。

“温度”が非等差的なのは、低温に下限値があることと関連しています。

速度の上限値＝光速が存在するというのは動かしがたい事実ですが、このことは＜速度はその上限値に収束する＞性格のものであって、等差的でないということです。等差的であるものは、数がそうであるように無限に延長して、原理的に極限値というものを持ち得ないはずだからです。すなわち速度は単位時間に移動する空間量といった等差的性質の要素としてではなく c という確定値に収束するような属性を持つものとして、その本質をよく吟味する必要があります。

2　速度の加法定理

金子務訳 :『特殊および一般相対性理論について/アルバート・アインシュタイン著』から引用。

《　第 6 章　古典力学にもとづく速度の加法定理

> これまでしばしばお目にかかったわが列車が、レール上を一定速度 v で走っているとしよう。その列車内を一人の男が長軸方向に歩いていて、そのときの進行方向の速度は w である。この男はその歩行の間、軌道堤に対してどれほど速く、つまりいかなる速度 W をもって前進していることになるか？　唯一の可能な答えは、次のように考えれば得られるだろう。
>
> かりに男が一秒間静かに立っているとすれば、列車の進行速度と見合うだけの距離を堤防に対して前進することだろう。しかし現実には歩いているのだから、列車に対してばかりでなく堤防に対しても、この一秒の間にその歩行速度に等しい距離 w だけ前進することになる。したがって彼は、その一秒のうちに堤防に対しては合わせて
>
> $$W = v + w$$

の距離をカバーする。のちにわれわれは、古典力学による速度の加法定理から出たこの判断が支持されないこと、したがって、たったいまここに書きとめた法則が真理を射とめていないことを知るであろう。‥‥　》

とても良い所に着眼しましたが、残念ながら解釈と解決において的を外しています。

アインシュタインが古典力学的速度の加法定理式

$$W = \upsilon + w \tag{1}$$

に換えて提示した“相対論的速度の加法定理式”が、次の式（２）です。

$$W = \frac{\upsilon + w}{1 + (\upsilon w / c^2)} \tag{2}$$

いわゆる相対論効果を時空に適用（ローレンツ変換）すると、古典的速度の加法定理式（１）は、（２）の式に変わるというわけですが、この（２）式には、古典的速度の加法定理式（１）による加算だと W の値が光速を越える場合が生じる、という矛盾が生じる不都合を解決しているという意味があります。しかしこの解釈、というか解決方法は論理的に正しくありません。

数学者ならアインシュタインが提示した式（２）を、加法則を表す加算の式だとは認めないでしょう。加算式というのは複数の項がプラス（＋）記号で結ばれた形の式を言いますが、式（２）の右辺はそのようになっていないし、そのような形に変形することもできません。右辺は古典的速度の和の数である $(\upsilon + w)$ に、ある係数　$1/(1 + (\upsilon w/c^2)$　を乗じた形になっています。

すなわちこの式の形自体が、内容が論理的に間違っている証なのであって、速度の加算という行為を表現していません。加算行為は数式で表した場合、たとえば A とか B、あるいは $f(a)$ といった複数の項を + 記号で結んだ形になるはずです。

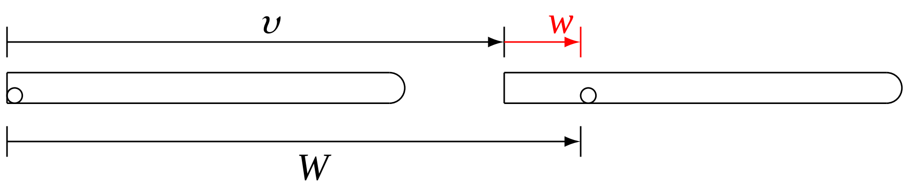
（２）式を無理に加算形にするとすれば、

$$W = \frac{\upsilon}{1 + (\upsilon w/c^2)} + \frac{w}{1 + (\upsilon w/c^2)}$$

となるわけですが、υ と w のそれぞれの項に対して同じ係数を掛ける根拠や、その係数の物理的意味が不明です。基準系に対して速度を有する系の時間や空間の尺度が変わるという特殊相対性理論の適用が、なぜ υ と w の両方に同じ係

数を掛ける結果になるかを説明できる人はいないでしょう。相対速度を示す系に対してローレンツ変換を適用した結果が、式（2）のような形の式を導くのであれば、それは明らかにアインシュタインの推量のどこかに誤りがあるのであって、容赦なく批判するとすれば、数学がよく理解できていないということになります。先に引用した文中でアインシュタインは速度の加算について、“唯一の可能な答え”として得られるものは古典力学による加法則（1）式であると言っています。それは論理的にはそれ以外には考えられないと認めていることに他なりません。それにもかかわらず、その（1）式のどこがどう誤っているのか　について直接具体的には触れていません。ローレンツ変換という数学的な処理には、論理的な説明がつけられないからです。

論理的に考えるならば、特殊相対性理論の主張は式（1）の中の小さい w の項に対してだけ変換を要求するものでなければならないでしょう。



古典力学による速度の加法定理は　$W = v + w$（1）式ですが、この式の中の大きい W と v は、**軌道堤上に固定された物差しと時計によって計測された速度**すなわち系《軌道堤》で定義された速度です。

これに対して小さい w は、明らかに**系《走行する列車》上に固定された物差しと時計を使って計測された速度数値**であって、大きい W や v のように系《軌道堤》によって計測された速度数値ではありません。

要するに式（1）には、《軌道堤系》と《走行する列車系》という、相対的に運動している異なる系の、それぞれの物差しと時計で実測された速度数値が混在しているということです。

したがって、アインシュタインが主張するように、**系によって異なる物差し**を使って計測した数値を統一するために、計測した数値を変換する必要があるのだとしたら、その変換は例えばこの場合には小さい w の項のみに適用されなければなりません。なぜなら、その項だけが《走行する列車系》という異なる系において（つまり違った基準の物差しを使って）計測された値だからです。これこそアインシュタイン自身が主張したはずの着眼なのですが、なぜか彼は彼自身

の主張とは結びつかない違ったことをやっています。彼が提示した加法定理式は、古典的な加算を行ったもの全体に対して、意味不明の係数をかけるという形になっていますから、物理的な意味も理解不能です。

加算する複数の項の中に、値を変換する必要がある項が混じっているというのと、先に加算したもの全体をまとめて変換するのとでは、変換することの意味がまったく違っています。そもそも変換がなぜ、どういう理由によって必要なのかを考えてみれば容易にわかることです。

正しい加法定理式は、次の式（３）のような形になるはずです。

$W = \upsilon + w'$　　　　$w' = f(\upsilon, w)$

（w ＝《走行する列車》の時計を使って計測された速度数値）　　　　ゆえに

$$W = \upsilon + f(\upsilon, w) \tag{3}$$

もう一度要点を繰り返しておきます。

軌道堤に対する列車の速度、列車に対する男の速度、そして軌道堤に対する男の速度、この三つの間にある関係（速度の加法則）を数式で記述するとすれば、その数式はこの三つの要素のそれぞれを表わす三つの項とそれらの関係を示す数式記号によって記述されなければなりません。アインシュタインの式では、軌道堤に対する男の速度は左辺の（W）が表しているわけですが、右辺には軌道堤に対する列車の速度を表す独立項（最初に υ と想定されたはず）も、列車に対する男の速度を表す独立項も存在しません。従ってそれらの要素の間にどのような関係が成り立っているかを記述出来ていないのですから、そういう式には物理法則式としての価値はないのです。

ここで〈速度は等差的でない〉と述べた前項を思い起こしてください。

列車に対する男の歩行速度 w とは、列車を基準とした（列車速度を＝ 0 と考えた場合の）数値です。したがってその速度の、堤防に対する速さ（W）は、男の歩行速度 w と当然ある速度（堤防＝ 0 から測った列車の速度 υ）とを加えたものとなります。速度が数と同じように等差であればそれで問題ないはずです。たとえば 20 という数値は数列上のどの位置に置いても 20 だからです。しかし速度は違っています。0 に続く速度 20、速度 10 の次に続く速度 20、速度 υ の次に続く速度 20、‥‥それらは物理的には等しくないのです。逆に言えば、0 に続く速度 20 を速度 υ に続く位置に持ってくるためには、そのままの数値 20

ではだめなのです。0 に続く速度 w を、υ に続く位置に移した場合 w' になるとすると、$w' = w(1-\upsilon/c)$ の関係が成り立ちます。（次のセクション『光速度不変』の後に続く『速度の加法定理』で解説します）

古典的速度の加法定理式の正しい表記は $W = \upsilon + w'$ であり、したがって w' を代入すると

$$W = \upsilon + w(1-\upsilon/c)$$ となります。

3　速度の定義

一般的な考え方としては、“速度”とは“その運動体が、*単位時間にどれだけ空間移動するか”、あるいは、その運動体が位置Ａから位置Ｂまでの距離を移動するのにどれだけの時間を要するか、という度合いを表すものだと考えられています。

*もう少し正確に言うと、《単位時間に、空間内に設置した基準点に対して、どれだけ空間移動するか》、ということです。

運動 (速度）をこのような概念で捕らえて考える場合の特徴は、その対象となっている運動体は常に“質点=大きさを持たないもの”として扱われるという点にあります。しかしアインシュタインは走行する電車の車両の長さは、その速度に応じて（観測者の立場によって）運動方向に縮むと述べました。走行する電車の速度が刻々と変化した場合、速度の変化は電車の先頭部分と後端部分では違うことになりますが、運動体のそれぞれの部分の速度については、何も定義されていませんので、特殊相対論効果についての論証には曖昧さが存在しています。

特殊相対性理論では、時間空間の概念がそれまでの概念とは大きく異なります。それならば当然、速度の定義も新たに定義し直す必要がある筈です。少なくとも特殊相対性理論において速度は最も重要な役割を果しているのですから、明確に定義しなければなりませんが、おそらく不可能でしょう。

3.1　見方を変えた速度の定義

ここでは少し違った速度の定義について考えてみます。それは《空間内の或る定点を、単位時間に通過する移動体の長さ（物差しの目盛り数）で表す》とい

うものです。つまり運動というものを、旧来のように**質点が二つの位置の間を移動する**というイメージではなく、**長さを有するものが定点（静止した空間内の１点）を通過する**というイメージで捉えるわけです。A駅を出発した１台の車両が 10 キロメートル離れたB駅に到着するのにどれだけの時間を要したかではなく、20 メートルの長さの車両が目の前を通過するのに何秒要したかという見方です。

3.2　物体の運動速度と光の伝播速度

運動速度と言った場合は、物体の運動を指しており、伝播速度と言った場合は、波動の伝わりを指しています。

粒子 (物体）と波動が本質的に違うように、物体の運動と波動の伝播は物理的に全く別物です。

粒子 (物体）というのは、時間が（たとえ極微にしろ）経過したと認められる中で、不変の形態を保つ実在物です。波動というのは例えば水面を伝わっていく波を観察すれば分かるとおり、物質的な何かが移動して行くわけではなくて、水という媒質を構成する水分子の上下運動（運動エネルギー)、すなわち“作用”が移動して行く事象です。波動は“作用”ですから時間経過に伴う“変化”そのものであり、一瞬たりとも粒子 (物体）のように不変の形態として存在可能な実在ではありません。

物体の運動（質点運動）が相対的なものでしかないというのは、空間というものが、〈いかなる方法によっても認知出来ない〉すなわちバックグラウンドとして絶対的基準を与えてくれない事に由来します。しかし光は違います。

光は空間という媒質中を伝播する波動であって、決して“運動”のような相対的なものではありません。光に限りませんが、波動が存在するかしないかは観測者の立場に関係なく、絶対的な意味を持ちます。光の伝播という事象は、ある意味で私たちに“空間”というものの実在性を証明していると言えるかも知れません。

TOP『時間と空間の物理学』へ戻る